PÉCSI TUDOMÁNYEGYETEM
UNIVERSITY OF PÉCS
H-7633 Pécs, Szántó Kovács János u. 1/b.
Tel.: +36 72 501-500

KAPOSVÁRI EGYETEM
H-7400 Kaposvár,
Dr. Guba Sándor u. 40.
Tel.: +36 82 505-800

TÁMOP-4.1.2-08/1/B-2009-0003

Fejlesztő neve:

Varga Judit

MA szak: matematikatanár

Kurzus: matematika módszertan

Modul címe:

Kooperatív technikák alkalmazása a matematika tanításában

1. Az óra tartalma – A tanulási téma bemutatása:

„A kutatások ismételten kimutatták, hogy azokban az oktatási formákban, melyekre a támogató kooperatív tanulócsoport megléte a jellemző, más oktatási formákkal összehasonlítva nagyobb a tanulási motiváció.”[1]

A magyar irodalom tanításában sikeresen alkalmazott módszerek vajon alkalmasak-e a matematika oktatására? Hogyan szervezhető a tanulók tevékenysége kooperatív módon a középiskolai matematika órákon? Segíti-e, hatékonyabbá, eredményesebbé teszi-e az oktatást? Ezeket a kérdéseket vetem fel munkámban.

2. Fejlesztendő tanári kompetenciák:

a. általános kompetenciák

A tanári kulcskompetenciák szerint a tanár szakmai felkészültsége birtokában hivatásának gyakorlása során alkalmas: ***(15/2006. (IV. 3.) OM rendelet az alap- és mesterképzési szakok képzési és kimeneti követelményeiről)***

1. **a tanulói személyiség fejlesztésére**
2. **tanulói csoportok, közösségek alakulásának segítésére, fejlesztésére**
3. **a pedagógiai folyamat tervezésére**
4. **a szaktudományi tudás felhasználásával a tanulók műveltségének, készségeinek és képességeinek fejlesztésére**
5. **az egész életen át tartó tanulást megalapozó kompetenciák hatékony fejlesztésére**
6. **a tanulási folyamat szervezésére és irányítására**

[1] Roeders, Paul: Egy előfeltétel: A diákok közötti támogató kapcsolatok, In Vastagh Zoltán (szerk): *Kooperatív pedagógiai stratégiák az iskolában III*, JPTE Tanárképző Intézet, Pécs, 1998, 37-42.

7. **a pedagógiai értékelés változatos eszközeinek alkalmazására**
8. **szakmai együttműködésre és kommunikációra**
9. **szakmai fejlődésben elkötelezettségre, önművelésre**

b. Matematikatanári kompetenciák:

1. **a matematika iránti megfelelő attitűd kialakítani tudásának képessége**
2. **eredeti (matematikai) látás- és gondolkodásmód, amely a megszerzett tudás alkalmazásában és gyakorlati hasznosíthatóságában, valamint a speciális matematikai problémamegoldó technikák felhasználhatóságában is jelentkezik**
3. **fejlett fogalmi gondolkodás és absztrakciós képesség, ami képessé teszi őt a matematika didaktikai tudományban az aktuális kutatások és tudományos munkák kritikus értékelésére**
4. **a matematikatanítással kapcsolatos saját kutatásaihoz, illetve a tudományos munkához szükséges, széles körben alkalmazható problémamegoldó technikák ismerete**
5. **a tanulók speciális matematikai képességei korai felismerésének képessége, amelynek kihasználásával a tehetséges tanulókat ösztönzi a megoldandó problémák megértése és megoldása területén eredeti ötletek felvetésére**
6. **matematika versenyek szervezésének képessége**
7. **a matematika tanulásához gyenge képességekkel rendelkező tanulókkal való foglalkozás módszertani eszköztárának ismerete**[2]
8. **képes a matematika és más műveltségterületek tartalmainak tanulói tevékenységben való összekapcsolására**
9. **a logikus gondolatmenet kialakítására**
10. **önbecsülésen és mások megbecsülésén alapuló együttműködés fejlesztésére; csoportos beszélgetésben, vitában, az eltérő vélemény figyelmes és türelmes meghallgatására, a saját vélemény megvédésére vagy korrekciójára**
11. **a matematikatanítás taneszközeinek kritikai elemzésére**
12. **rendelkezzen az új típusú tanári attitűddel, a tanulási folyamatot irányító, segítő, támogató és innovatív pedagógusként tevékenykedjen**

[2] http://mesterkepzes.pte.hu/files/tiny_mce/tanar_szak_kkk_090831.pdf

3. Előfeltételek / előfeltétel tudás:

a hallgatók tudjanak órát tervezni, legyenek tapasztalataik a kooperatív munkáról, szaktárgyi tudásuk legyen megfelelő

4. Eszközigény:

fénymásolatok a mellékletekről, papír, írószer

5. Szakmódszertani óravázlat:

R

1. Varga Tamás egy matematika szakmódszertani konferencián tartott előadásvázlatában két tanári stílus összehasonlítására készített egy táblázatot. Ennek részleteit látod az alábbi felsorolásban. A két különböző tanári stílusra jellemző állításokat állítsd párba! (*A cédulákra írt állításokat kiosztjuk a 4 fős csoport tagjainak, fejenként 5 állítást kapnak. Körben haladva mindenki tegye le a soron következő céduláját az általa gondolt oszlopba, a megfelelő sorba.*)

Szigorú fokozatosság, apró lépésekre bontás
Megtanítani, aztán kikérdezni; csak azt kérdezni, amit már tanultak.
A diákok is kérdeznek, a tanár is felel.
A diákok is javítják egymás és a tanár hibáit.
A tanár magyaráz, a diák figyel.
A tanár dolga Kedvet csinálni a diákoknak a tanuláshoz. A diák dönthet, melyik tárgyat milyen mélységig tanulja. Maga is mérheti, hol tart. A lemaradás nem erkölcsi kérdés.

Keressék ők a megoldás módját, gyakorlás új problémákon át, típusokon túllépve.
A tanár kérdez, a diák felel.
Ki-ki haladjon a maga tempójában.
Előreugrások (anticipálások), közök kitöltése
A tanár dolga Rászorítani a diákokat a tanulásra. Saját tárgyához minden diák idejéből sokat foglalni le. Ellenőrizni, ki hol tart. Megvetéssel sújtani a lemaradókat.
Gondolkodásra ösztönző kérdések; sok olyat kérdezni, amit még nem tanultak.
Mindig voltak, akik másra törekedtek, egyre inkább erre lesz szükség.
Haladjanak mind lehetőleg együtt!
Ez a reális, ez a gyakorlat, az: illúzió, utópia, elmélet.
Megmutatni a megoldás módját, aztán begyakorolni, típusonként haladva.
A diákok vitáznak, magyaráznak, a tanár figyel (ha kérik, magyaráz).
A tanár javítja a diákok hibáit.
Ez nem könnyű, de megéri a fáradságot

Mindig így volt, sose lesz másképp.

2.  és  **Hová állsz? (a kooperatív tanulásszervezéssel kapcsolatos attitűdök, szemléletmód)**

A következő percekben **a kooperatív tanulásszervezéssel** kapcsolatos állításokat fogsz hallani. Hosszabb gondolkodás nélkül kell majd eldöntened, hogy melyik állítással mennyire értesz egyet. Véleményedet nem szavakkal, hanem a teremben elfoglalt helyzeteddel kell kifejezésre juttatnod.
Ha maximálisan egyetértesz az elhangzott állítással, akkor sétálj a terem jobb hátsó sarkába; ha egyáltalán nem értesz egyet, akkor az ellentétes sarkába; ha köztes álláspontot képviselsz, akkor a két pont közti képzeletbeli egyenes mentén helyezkedj el véleményednek megfelelően!
A játék során nem beszélhetsz! A cél pusztán az, hogy számodra tudatossá váljon, hogyan gondolkodsz ezekről a nézetekről!
Nincs jó vagy rossz válasz, ezért ezt ne is próbáld kitalálni! Inkább az legyen a célod, hogy saját magad számára körvonalazódjon: hol is állsz!

- „A gyerekek együtt-tanulása során nincs garancia arra, hogy helyes feladatmegoldások születnek, hiszen nem a tanár magyarázza el az anyagot."
- „A kooperatív tanulásszervezés során félő, hogy nem fogok úgy haladni az anyaggal, mint amikor én tartok előadást az osztálynak."
- „A kooperatív tanulás hasznos a gyengébben teljesítő diákoknak, viszont nem szolgálja hatékonyan a jobban teljesítő diákok haladását."
- „A kooperatív tanulásszervezés sokkal több felkészülést vár el a pedagógustól, mint a hagyományos oktatásszervezés."
- „Ha a tanulók csoportokban dolgoznak, miként tudom az egyéneket értékelni?"
- „Lehet, hogy 20 fővel működik ez a dolog, de hogyan lehet ezt a módszert 32 fős osztályra alkalmazni?"
- „Kipróbáltam egy kooperatív tanulásszervezési módszert, de a gyerekek nem működtek együtt, sőt a feladatmegoldásokig sem jutottak el, bár egy már tanult anyagrészről volt szó! Lehet, hogy az én osztályomban nem működik ez a dolog?"
- „Most akkor egy újabb módszert kell megtanulnunk? Már megismerkedtünk a drámapedagógiával, a projektpedagógiával, a szöveges értékeléssel, az egyéni fejlesztési tervvel, a kompetenciaalapú fejlesztéssel! Még egy újabb módszert kell megtanulnunk?"[3]
- „ismeretszerzés csak tevékenység által, méghozzá saját tevékenység által valósulhat meg"
- „Az embert nem lehet valamire megtanítani, csak hozzásegíteni ahhoz, hogy a tudást maga szerezze meg." (*Galilei*)[4]

J

3. .  **Írjatok egy rövid meghatározást egy módszertankönyvbe, melyben definiáljátok a kooperatív tanulás fogalmát!**

[3] Arató Ferenc – Varga Aranka. *Együtt-tanulók kézikönyve.* Bevezetés a kooperatív tanulásszervezés rejtelmeibe**.** Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság, Budapest, 2008

[4] http://ttk.pte.hu/mii/matematika/anyagok/lencses_agnes/A_matematika_BSC_kepzesben_resztvevo_hallgatok_elokepzettsegerol.pdf)

4. majd **Olvassátok el Pethőné Nagy Csilla írását! (a feldolgozást végezd az Insert technika segítségével)**

szöveg a Módszertani kézikönyvből 145.o. (1.melléklet)

5. **Ha szükségesnek tartjátok, az olvasottak alapján fogalmazzátok át a definíciótokat!**

6. **A kiosztott fénymásolatokon egy kooperatív technikákra épülő óravázlatot láthattok. (2. melléklet)**

6.1. Elemezzük a következő szempontok alapján!

Milyen kooperatív munkaformákat és technikákat ismertetek fel?

6.2. Eszmecsere:

- A feladatok egymásra épülése lehetővé teszi-e a feldolgozott anyag megértését?
- A kooperatív munkaforma segíti, vagy inkább akadályozza a matematikai megértést, a tudás elsajátítását?
- Megtérül-e a ráfordított idő, vagy feleslegesen sok időt pazaroltunk?
- Megoldódott-e a „potyautas” kérdése, azaz kimaradhatott-e valaki a közös munkából, szükség volt-e mindenki részvételére?

Gyűjtsetek érveket véleményetek alátámasztására!

7. majd **Milyen kooperatív technikákat ismertek még?**

Ötletbörze párban.

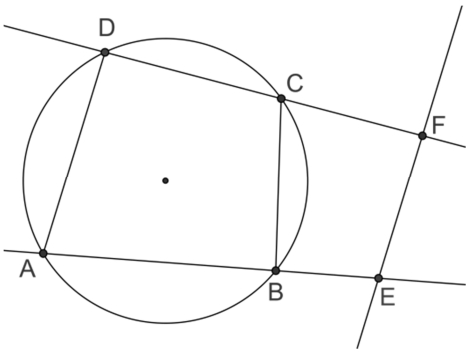
A 3. sz.melléklet szövegét dolgozzátok fel mozaik módszerrel! A szövegfeldolgozáshoz használjátok az insert technikát!

8. **Órarészlet tervezése**

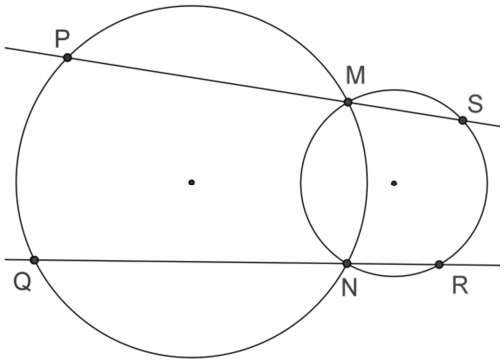
A kerületi és középponti szögek, illetve a húrnégyszögek tételének felhasználásával bizonyítási feladatokat szeretnénk megoldatni egy 10-es középiskolai osztály tanulóival.

Tervezz kooperatív munkára épülő órarészletet, melyben a következő feladatok megoldását tűzöd ki! Milyen segítséget adnál a tanulóknak, annak érdekében, hogy a feladatot akkor is meg tudják oldani (vagy legalábbis nagyobb esélyük legyen rá), ha önállóan nem tudnak elindulni?

1. feladat: Két metsző kör egyik metszéspontján (M) át fektessünk tetszőleges egyenest! Az egyenesnek a körökkel vett másik metszéspontja legyen A és B. Mutassuk meg, hogy az egyenesnek a körökön belül fekvő darabja a két kör másik metszéspontjából (N) mindig ugyanakkora szögben látszik!
2. feladat: Egy kör négy pontja A,B,C,D. A kör AB és CD szelőit a körön kívül metsszük AD-vel párhuzamos egyenessel. A metszéspontok AB egyenesén E, DC egyenesén F. Mutassuk meg, hogy EFCB négyszög húrnégyszög!



3. feladat: Két érintkező kör közös metszéspontján át szerkesszünk szelőt és ennek végpontjaiban szerkesszük meg az érintőket. Bizonyítsuk be, hogy az így szerkesztett érintők párhuzamosak!
4. feladat: Két kör metszéspontjain át húzzunk egy-egy szelőt! A szelők a köröket még további egy-egy pontban metszik. Milyen négyszöget határoznak meg az utóbbi metszéspontok?



R

9. Ismételjük meg a 2. feladatot! (**Hova állsz?** – állítások a kooperatív technikák matematikaórán való alkalmazásával kapcsolatban)

6. Megjegyzések a feladatokhoz:

1. feladat megoldása:

Varga Tamás vázlata. Tanítási stílusok (Ritkán jelennek meg tisztán, végletes formában, az a kérdés, mi az arány.)

Szigorú fokozatosság, apró lépésekre bontás	Előreugrások (anticipálások), közök kitöltése
Megtanítani, aztán kikérdezni; csak azt kérdezni, amit már tanultak.	Gondolkodásra ösztönző kérdések; sok olyat kérdezni, amit még nem tanultak.
Megmutatni a megoldás módját, aztán begyakorolni, típusonként haladva.	Keressék ők a megoldás módját, gyakorlás új problémákon át, típusokon túllépve.
A tanár magyaráz, a diák figyel.	A diákok vitáznak, magyaráznak, a tanár figyel (ha kérik, magyaráz).
A tanár kérdez, a diák felel.	A diákok is kérdeznek, a tanár is felel.
A tanár javítja a diákok hibáit.	A diákok is javítják egymás és a tanár hibáit.
A tanár dolga Rászorítani a diákokat a tanulásra. Saját tárgyához minden diák idejéből sokat foglalni le. Ellenőrizni, ki h ol tart. Megvetéssel sújtani a lemaradókat.	*A tanár dolga* Kedvet csinálni a diákoknak a tanuláshoz. A diák dönthet, melyik tárgyat milyen mélységig tanulja. Maga is mérheti, hol tart. A lemaradás nem erkölcsi kérdés.
Haladjanak mind lehetőleg együtt!	Ki-ki haladjon a maga tempójában.
Mindig így volt, sose lesz másképp.	Mindig voltak, akik másra törekedtek, egyre inkább erre lesz szükség.
Ez a reális, ez a gyakorlat, az: illúzió, utópia, elmélet.	Ez nem könnyű, de megéri a fáradságot.

Varga Tamás: Tanítási stílusok. Előadás vázlata, kézirat. In *Varga Tamás szellemi hagyatéka* (szerk.: Pálfalvy Józsefné).[5]

2. feladathoz:

Félelmek, korlátozó előítéletek a kooperatív tanulásszervezéssel kapcsolatban[6]

[5] „Az alábbi összeállítás Varga Tamás egy matematika szakmódszertani konferencián tartott előadásának a vázlata. Az előadásra az 1980-as évek elején került sor, de a teljes előadást írásban nem publikálták. A közölt vázlatot munkatársai őrizték meg, és a mesterük tiszteletére évente megrendezésre kerülő *Varga Tamás* Módszertani Napok fórumán 1996-ban egyik tanítványa és munkatársa, *Pálfalvy Józsefné* ismertette."
Somfai Zsuzsa: *A problémamegoldó kompetencia fejlesztése*. A problémamegoldó kompetencia fogalmának értelmezése
http://www.oki.hu/cikk.php?kod=hidak-problemamegoldo.html

„A gyerekek együtt-tanulása során nincs garancia arra, hogy helyes feladatmegoldások születnek, hiszen nem a tanár magyarázza el az anyagot."

(A kooperatív tanulásszervezés abból indul ki, hogy a gyerekek kompetensek saját tanulmányaikkal kapcsolatban. A hagyományos oktatás is „titokban" épít erre, hiszen a tanulókat alkalmasnak tartja arra, hogy otthon, egyedül elsajátítsák a megtanulandókat, vagy hogy a frontális előadás során elhangzott anyagot önállóan értelmezzék, jegyzeteljék, megtanulják. A tévedés, a hiba lehetősége természetesen benne van a közös tanulásban is, de a lényeg az, hogy a folyamatos kiscsoportos nyilvánosság során azonnal kiderül mind a kiscsoport, mind a tanár számára, ha valaki nincs tisztában egy probléma megoldásával, vagy ha egy csoport tévúton jár.)

„A kooperatív tanulásszervezés során félő, hogy nem fogok úgy haladni az anyaggal, mint amikor én tartok előadást az osztálynak."

(Fontos kérdés, hogy kinek kell haladnia az anyaggal. A tanulásban részt vevőknek vagy a tanulási folyamat szervezőinek? A figyelemirányításhoz és a „szorgalmas" értelmezéshez hozzátartozik, hogy az ember föltehesse kérdéseit, megfogalmazhassa részértelmezéseit, ötleteit a témával kapcsolatban. A fegyelmezett, diszciplinált frontális munka során arra nincs lehetőség, hogy ezt mindenki megtehesse. Az adott időegység alatt elsajátított tudás mennyisége nem azonos az adott időegység alatt elhangzott előadás mennyiségével.)

„A kooperatív tanulás hasznos a gyengébben teljesítő diákoknak, viszont nem szolgálja hatékonyan a jobban teljesítő diákok haladását."

(A kooperatív tanulás révén mélyebben beivódó ismeretek születnek, a tanulók képesek divergens, eltérő szempontokból megfogalmazott gondolkodási, problémamegoldási stratégiák felvázolására is, valamint érzékenyebben és fejlettebben reagálnak a szociális képességek fejlettségét igénylő kihívásokra.)

„A kooperatív tanulásszervezés sokkal több felkészülést vár el a pedagógustól, mint a hagyományos oktatásszervezés."

(Ez az áldozatos felkészülés viszont lehetővé teszi, hogy az órán már ne az anyaggal kelljen foglalkoznia a pedagógusnak, hanem szabadon megfigyelhesse tanítványait közös tanulási és csoportos tevékenységeik közben. Arra tudjon koncentrálni, ami ilyen helyzetben a feladata lehet: a személyes, szociális és tanulási képességek megfigyelésére, az együttműködési képességek fejlesztésére.)

„Ha a tanulók csoportokban dolgoznak, miként tudom az egyéneket értékelni?"

(A kooperatív tanulásszervezés nem zárja ki a számonkérés hagyományos formáit sem: szóbeli referátum, véletlenszerű röpdolgozat, témazáró dolgozat stb. Lényeges különbség azonban, hogy amíg a hagyományos órakeretben a tanár egyszerű osztályzattal – némi szóbeli kiegészítéssel – ad visszajelzést az egyéni teljesítményről, addig a kooperatív tanulásszervezés során az önálló teljesítmény bekerül az egyéni, valamint a kiscsoportos fejlesztési tervekbe is. Ráadásul a pedagógus, valamint az együtt tanuló társak is az egyén tanulását segítő kooperatív eszközöket bocsátanak minden résztvevő rendelkezésére.)

[6] Arató Ferenc – Varga Aranka. *Együtt-tanulók kézikönyve*. Bevezetés a kooperatív tanulásszervezés rejtelmeibe. Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság, Budapest, 2008

„Lehet, hogy 20 fővel működik ez a dolog, de hogyan lehet ezt a módszert 32 fős osztályra alkalmazni?”

„Kipróbáltam egy kooperatív tanulásszervezési módszert, de a gyerekek nem működtek együtt, sőt a feladatmegoldásokig sem jutottak el, bár egy már tanult anyagrészről volt szó! Lehet, hogy az én osztályomban nem működik ez a dolog?”

(A kooperatív tanulásszervezés bevezetése sokkszerűen szokott hatni a pedagógusokra. Az önálló tanulásra képesnek feltételezett tanulók nagy részéről ugyanis azonnal kiderül, hogy még a feladatot sem érti, nem is fog hozzá a megoldásához. Vagyis már az első lépésben kiderül, ha valamit nem jól mértünk fel. Nehéz azzal szembenézni, hogy amit eddig érthetőnek véltünk, arról a kooperatív tanulás során azonnal kiderül, hogy csak néhány gyerek érti világosan. Azzal is, hogy bármilyen jól adunk elő, az nem jelenti azt, hogy minden hallgató el is mélyült a témában olyannyira, hogy önálló tanulásra-gyakorlásra is képes előadásunk hatására. Egy frontális helyzetben mindig csakis annyira derülnek ki a tanulói képességek, amennyire azt a tanár kívánja. Ha nem feleltet, akkor „megnyugodva” mehet tovább az anyagban.)

„Most akkor egy újabb módszert kell megtanulnunk? Már megismerkedtünk a drámapedagógiával, a projektpedagógiával, a szöveges értékeléssel, az egyéni fejlesztési tervvel, a kompetenciaalapú fejlesztéssel! Még egy újabb módszert kell megtanulnunk?”

(A kooperatív tanulásszervezés nem egy újabb módszer, hanem inkább a különböző pedagógiai módszerek, technikák, képességfejlesztési eszközök alkalmazásának kerete. A kooperatív tanulás esetében módszertani szempontból a szervezésen van a hangsúly. A pedagógus olyan attitűddel, óraszervezési módszerekkel közelít a tanuláshoz, az alkalmazandó módszerekhez, amely megfelel a kooperatív alapelveknek. Éppen ezért az oktatási reformokban az elmúlt tizenöt évben felmerült új módszertani elemek, technikák és pedagógiai irányzatok törekvései mind-mind szervezhetők kooperatív keretek között.)

3., 4., 5. feladat: Először gondolják végig maguk, majd mérjék fel, hogy a szakirodalomból mit tudnak elfogadni, illetve a saját megoldásuk mennyiben tér el, vagy egyezik a módszertankönyv állításaival.

6. feladat:

6.1 Az óra szervezése akkor történik kooperatív módon, ha a kooperatív alapelvek érvényesülnek. A különböző technikák abban segítenek, hogy ezen alapelvek automatikusan megvalósuljanak. Az óratervben például a szóforgó, a mozaik, a tanári kalauz módszere fedezhető fel.

6.2 Egyéni megoldások. Fontos, hogy megfogalmazzák és ütköztessék nézeteiket.

7. feladat: Egyéni megoldások, melyet összevetünk a 3.sz. melléklet-tel.

---

8. feladat lehetséges megoldása:

Négyfős csoportokban dolgozunk. Minden csoport megkapja a négy feladatot és a feladatokhoz tartozó kérdéseket, információkat.

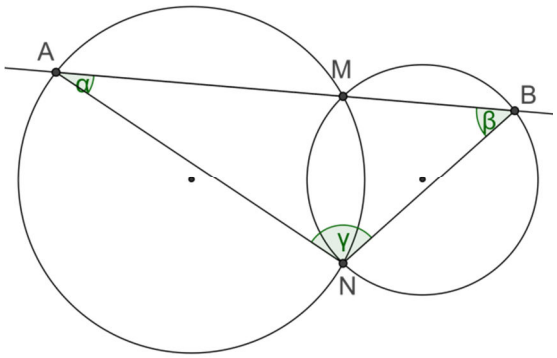
Először az első feladatot ismerteti az 1-es tanuló. Néhány percig mindenki önállóan gondolkodik. Körben haladva kérdést intéznek a mellettük (jobb kéz felől) ülőhöz, aki erre válaszol. A másik két tanuló értékeli a kérdést és a választ. Az előbbi válaszoló teszi fel a következő kérdést. A kérdések megfogalmazásában segíthetnek az információs kártyák. A feladat megoldását az 1-es tanuló jegyzi le egy papírlapra.

A másik három feladat megoldása hasonlóan történik, de a szerepek körben haladva cserélődnek. Minden feladat megoldása másik papírlapra kerül.

Ha mind a négy feladattal végeztek, akkor egy másik csoporttal kicserélik a kidolgozott feladatokat. Csoporton belül mindenki egy feladatot javít, bírál, kiegészít, értékel. Segítséget kérhet a csoporttársaktól. Visszacserélik a másik csoporttal a megoldásokat, áttanulmányozzák a javítást, értékelést.

Zárásként minden feladat megoldását egy tanuló bemutatja az osztálynak. A többiek a füzetükbe jegyzetet készítenek.

1. tanuló: Két metsző kör egyik metszéspontján (M) át fektessünk tetszőleges egyenest! Az egyenesnek a körökkel vett másik metszéspontja legyen A és B. Mutassuk meg, hogy az egyenesnek a körökön belül fekvő darabja a két kör másik metszéspontjából (N) mindig ugyanakkora szögben látszik!



A kártyákon például a következő kérdések vagy információk szerepelnek:

I.

- Mi a feladat feltétele? ($\overline{MN}$ *a két kör közös húrja, A illetve B a körök kerületi pontja, AMB egy egyenesre esnek, ANB háromszöget határoz meg*)
- Mi lehetne az állítással ekvivalens kijelentés? (*Az* ANB_{Δ} *N-e állandó*)
- Mit jelentene, ha ez az utóbbi kijelentés igaz lenne, azaz mi lenne az ezzel ekvivalens állítás? (*Az* ANB_{Δ}

másik két szögének összege állandó)

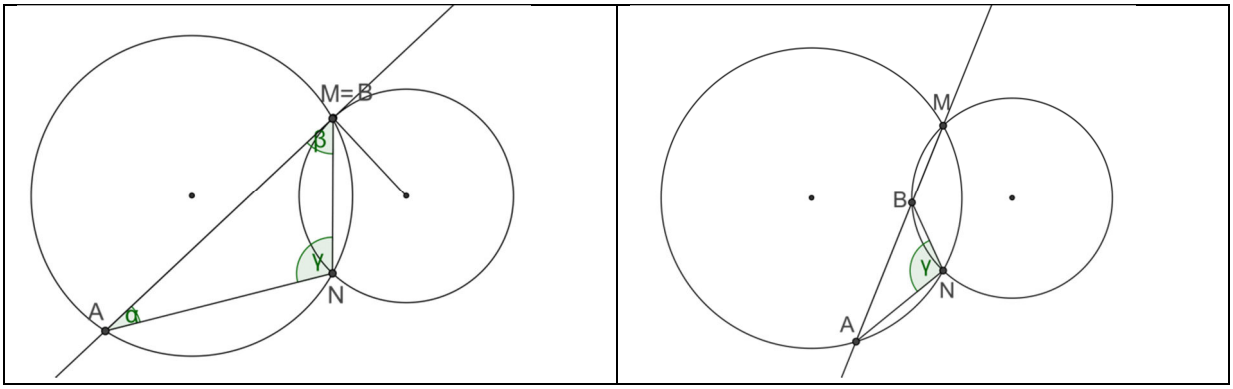
- Két mennyiség összegének állandósága milyen esetekben teljesülhet? (*Ha az egyik ugyanannyival csökken, mint amennyivel a másik növekszik. Ha ez a változás 0, akkor speciális esetben ez azt jelenti, hogy mindkét tag állandó.*)

vagy

II.

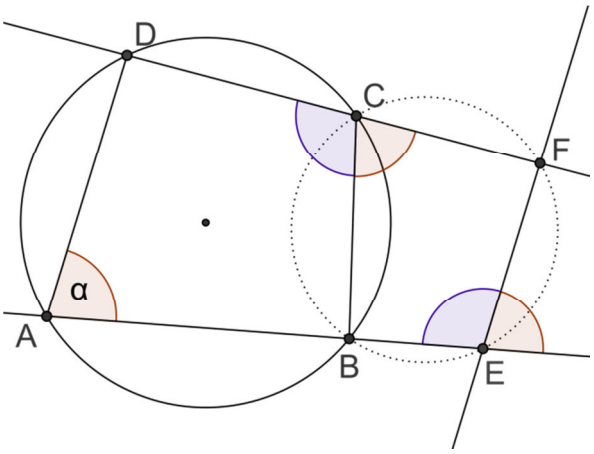
- az M ponton át húzott egyenes a köröket A,B pontokban metszi
- MAN∢:=α és MBN∢:=β
- α a …….körben az ……ívhez tartozó kerületi szög
- β a ……körben az ……ívhez tartozó kerületi szög
- ……nem függ A, B pontok helyétől
- α állandó
- β állandó
- ANB∢=180°-(α+β)
- ANB∢ állandó

Gondoljuk meg azt a lehetőséget is, ha a berajzolt egyenes az egyik körnek éppen az érintője (*Ekkor az érintőszárú kerületi szögekre vonatkozó tétel miatt teljesül az állítás*) illetve, ha az egyik kört a belső ívén metszi!



E feladathoz kapcsolódó ismétlő feladat lehet:
Szerkeszd meg azt a szelőt az M ponton keresztül, melynek a körökbe eső szakaszai megegyeznek!
(*középpontos tükrözéssel*)

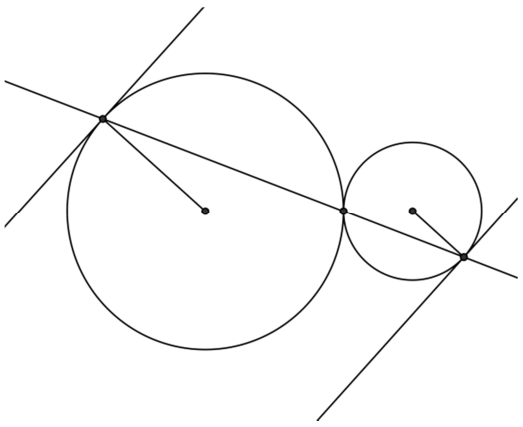
2. tanuló: Egy kör négy pontja A,B,C,D. A kör AB és CD szelőit a körön kívül metsszük AD-vel párhuzamos egyenessel. A metszéspontok AB egyenesén E, DC egyenesén F. Mutassuk meg, hogy EFCB négyszög húrnégyszög!



Az információs kártyák:

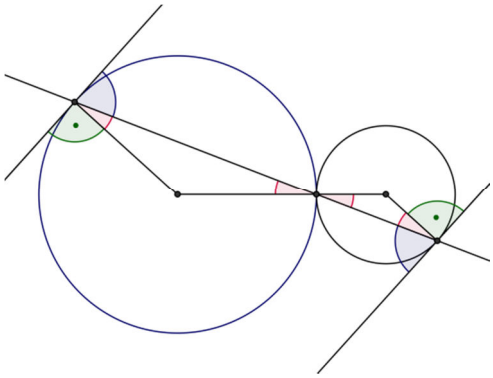
- ABCD négyszög ……., mert……..
- BAD∢:=α, ekkor BCD ∢ =……., mert……..
- BCF ∢ =……., mert……..
- az ADEF négyszög ……, AD párhuzamos EF miatt
- AEF ∢ =
- BCFE négyszög……., mert……..
- kör írható köré
- mellékszög
- szemközti szögek összege 180°

<u>3. tanuló:</u> Két érintkező kör közös metszéspontján át szerkesszünk szelőt és ennek végpontjaiban szerkesszük meg az érintőket. Bizonyítsuk be, hogy az így szerkesztett érintők párhuzamosak! Készíts ábrát!



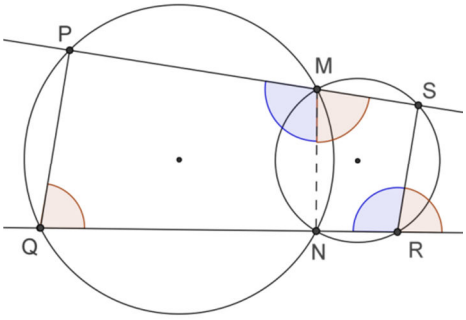
- rajzold be az érintési pontokba mutató sugarakat

- az érintési pontba mutató sugár és az érintő mekkora szöget zár be?
- kösd össze a körök középpontjait!
- két érintkező kör közös pontja a …….*(centrálison, azaz a körök középpontját összekötő)*…….. egyenesen helyezkedik el
- keress egyenlőszárú háromszögeket!
- mit mondhatunk az egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögeinek nagyságáról?
- keress az ábrán pótszögeket!
- keress az ábrán csúcsszögeket!
- ha két egyenes egy harmadik egyenessel ugyanakkora szöget zár be, akkor mit mondhatunk a két egyenes helyzetéről?



4. tanuló: Két kör metszéspontjain át húzzunk egy-egy szelőt! A szelők a köröket még további egy-egy pontban metszik. Milyen négyszöget határoznak meg az utóbbi metszéspontok?

Ez a feladat a 2-es tanuló feladatának megfordítása, hiszen ott a párhuzamosságból indultunk ki, és CBEF négyszögről beláttuk, hogy húrnégyszög, azaz kör írható köré. Most pedig egy kör pontjaiból kiindulva a párhuzamosságra fogunk következtetni.



Az információs kártyák például:

- PQNM pontok ugyanazon kör pontjai, ezért PQNM négyszög……*(húrnégyszög)*……..

- MNRS pontok ugyanazon kör pontjai, ezért MNRS négyszög……*(húrnégyszög)*…….
- a húrnégyszög szemközti szögeinek összege …….(*180°*)…….
- PMN∢ és SMN∢ összege……(*180°*)……, mert……*(mellékszögek)*……
- SMN∢ és PQN∢) szögek nagysága……*(megegyezik)*……
- NRS∢ szög mellékszögének nagysága megegyezik……*(PQN∢)*….szöggel, ezért PQ és RS oldalak……*(párhuzamosak)*……
- Ha egy négyszögnek van két párhuzamos oldala, akkor……(*trapéz*)……,tehát PQRS négyszög……(*trapéz*)…….

A csoport összetételén múlik, hogy mennyi információt tartalmaz egy-egy kártya, mennyire szükséges annak kiegészítése, vagy esetleg csak kérdéseket fogalmazunk meg a feladattal kapcsolatban, melyek segítik a gondolkodást egy lehetséges megoldás irányában haladni.

Felmerülhetnek a következő kérdések. Tálcán kínáljuk-e a megoldást? Korlátozzuk-e tanulók divergens gondolkodását? Megfosztjuk-e a felfedezés, a feladatmegoldás sikerességének örömétől? Elvesszük-e ilyen módon annak lehetőségét, hogy több lehetséges megoldást is felfedezzenek? Segítjük-e a tanuló gondolkodását, miközben mégis erőfeszítésre sarkalljuk?

9. feladat:

A feladat célja az attitűdök, a vélemények újragondolása, annak tudatosítása, változott-e a véleményük az óra tapasztalatainak tükrében.

7. Fejlesztő értékelés:

a ráhangolódás és a reflektálás feladatai ide tartoznak

8. Felhasználható irodalom:

1. Pethőné Nagy Csilla: *Módszertani kézikönyv.* Korona Kiadó, Bp., 2007
2. Arató Ferenc – Varga Aranka. Együtt-tanulók kézikönyve. Bevezetés a kooperatív tanulásszervezés rejtelmeibe. Educatio Társadalmi Szolgáltató Közhasznú Társaság, Budapest, 2008
3. Dr.Spenser Kagan. *Kooperatív tanulás.* Önkonet. Budapest, 2001
4. Zágon Bertalan –Nagy Ilona: A kooperatív módszer. Tanári kézikönyv. Szociális kompetencia 1–12. évfolyam. A tanulás irányítása. Sulinova www.**sulinova**adatbank.hu/letoltes.php?d_id=2888